

平成 30 年 度

(教育学部・医学部臨床心理学科・農学部)

## 問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

### 解答の書き方

1. 問題〔1〕,〔2〕,〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕,〔5〕は、このうちから 1 題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。
2. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
3. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
4. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
5. 解答用紙には、解答、選択した問題の番号、志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] 連立不等式  $\begin{cases} y \geq |2x + 1| \\ 2x - 3y + 9 \geq 0 \end{cases}$  の表す領域を  $D$  とするとき、次の間に答えよ。

よ。

(1) 領域  $D$  を図示せよ。

(2) 点  $(x, y)$  が領域  $D$  内を動くとき、 $x^2 - 4x + y^2$  の最大値  $M$  と最小値  $m$  を求めよ。また、 $M, m$  を与える  $D$  内の点の座標を求めよ。

[2] さいころを使って、点数  $x_i$  を次のように順番に決めていくゲームを考える。

1 回目にさいころを投げて、出た目を 1 回目の点数  $x_1$  とする。 $x_1 = 1$  ならばそこでゲームを終了する。 $x_1 \geq 2$  ならばゲームを続行し、さらにさいころを投げて 2 回目の点数  $x_2$  を下記の規則 a), b) にしたがって決める。 $x_2 = 1$  ならばそこでゲームを終了する。

一般に、 $x_i \geq 2$  ならばゲームを続行し、さらにさいころを投げて  $(i + 1)$  回目の点数  $x_{i+1}$  を下記の規則 a), b) にしたがって決める。 $x_{i+1} = 1$  ならばそこでゲームを終了する。

a)  $x_i$  が奇数のとき、

$$(i + 1) \text{ 回目に投げたさいころの目が } \begin{cases} \text{奇数ならば } x_{i+1} = 3x_i + 1 \\ \text{偶数ならば } x_{i+1} = x_i \end{cases}$$

b)  $x_i$  が偶数のとき、

$$(i + 1) \text{ 回目に投げたさいころの目が } \begin{cases} \text{奇数ならば } x_{i+1} = x_i \\ \text{偶数ならば } x_{i+1} = \frac{x_i}{2} \end{cases}$$

このとき、次の間に答えよ。

- (1) 1 回目の点数  $x_1$  の期待値を求めよ。
- (2) さいころを投げた回数が 2 回以下でゲームが終了する確率を求めよ。
- (3) さいころを投げた回数が 3 回以下でゲームが終了する確率を求めよ。
- (4) さいころを投げた回数が 6 回以下でゲームが終了する確率を求めよ。

[3] 数列  $\{a_n\}$  は、

$$a_1 = 2, (n+1)a_{n+1} - 3(n+2)a_n = 2n^2 + 6n + 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められているとする。このとき、次の間に答えよ。

- (1)  $b_n = \frac{a_n}{n+1}$  とおくと、 $b_{n+1}$  と  $b_n$  の関係式を求めよ。
- (2)  $b_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (3)  $a_n$  を  $n$  を用いて表せ。

[4] 座標平面上の曲線  $C: y = x^2$  と  $C$  上の点  $P(a, a^2)$  について、次の間に答えよ。ただし、 $a > 0$  とする。

- (1) 点  $P$  における  $C$  の接線  $\ell$  の方程式を求めよ。
- (2) (1) で求めた直線  $\ell$  が曲線  $C': y = (x+b)^2 - b^2$  に接しているとする。その接点を  $Q$  としたとき、 $b$  および点  $Q$  の座標を  $a$  を用いて表せ。ただし、 $b \neq 0$  とする。
- (3) (2) のとき、曲線  $C$ 、 $C'$  および直線  $\ell$  で囲まれた図形の面積を  $a$  を用いて表せ。

[5] 連立不等式  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2 \\ y \geq x^2 \end{cases}$  の表す領域を  $D$  とするとき、次の間に答えよ。

- (1) 曲線  $x^2 + y^2 = 2$  と曲線  $y = x^2$  の交点をすべて求めよ。
- (2) この2曲線の概形をかき、 $D$  を図示せよ。
- (3)  $D$  の面積を求めよ。
- (4)  $D$  を  $y$  軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を求めよ。