

平成 30 年 度

(医学部医学科)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] $r > 3$ とする。座標平面上の3点 $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(0, 3)$ に対して、次の問に答えよ。

- (1) $PO : PA = 3 : 1$ である点 P の軌跡の方程式を求めよ。
- (2) $PO : PB = 3 : r$ である点 P の軌跡の方程式を求めよ。
- (3) $PO : PA : PB = 3 : 1 : r$ となる点 P が存在するような r の範囲を求めよ。

[2] さいころを使って、点数 x_i を次のように順番に決めていくゲームを考える。

1 回目にさいころを投げて、出た目を1回目の点数 x_1 とする。 $x_1 = 1$ ならばそこでゲームを終了する。 $x_1 \geq 2$ ならばゲームを続行し、さらにさいころを投げて2回目の点数 x_2 を下記の規則 a), b) にしたがって決める。 $x_2 = 1$ ならばそこでゲームを終了する。

一般に、 $x_i \geq 2$ ならばゲームを続行し、さらにさいころを投げて $(i + 1)$ 回目の点数 x_{i+1} を下記の規則 a), b) にしたがって決める。 $x_{i+1} = 1$ ならばそこでゲームを終了する。

a) x_i が奇数のとき、

$$(i + 1) \text{ 回目に投げたさいころの目が } \begin{cases} \text{奇数ならば } x_{i+1} = 3x_i + 1 \\ \text{偶数ならば } x_{i+1} = x_i \end{cases}$$

b) x_i が偶数のとき、

$$(i + 1) \text{ 回目に投げたさいころの目が } \begin{cases} \text{奇数ならば } x_{i+1} = x_i \\ \text{偶数ならば } x_{i+1} = \frac{x_i}{2} \end{cases}$$

このとき、次の問に答えよ。

- (1) 1 回目の点数 x_1 の期待値を求めよ。
- (2) さいころを投げた回数が2回以下でゲームが終了する確率を求めよ。
- (3) さいころを投げた回数が3回以下でゲームが終了する確率を求めよ。
- (4) さいころを投げた回数が6回以下でゲームが終了する確率を求めよ。

[3] 2次方程式 $x^2 - 4x + 1 = 0$ の2つの解を α, β とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $\alpha^2 + \beta^2, \alpha^3 + \beta^3$ の値をそれぞれ求めよ。
- (2) すべての自然数 n に対して、 $\alpha^n + \beta^n$ は偶数になることを示せ。
- (3) $\alpha > \beta$ とする。このとき、すべての自然数 n に対して、 $[\alpha^n]$ は奇数になることを示せ。ただし、 $[\alpha^n]$ は α^n 以下の最大の整数を表す。

[4] 連立不等式 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2 \\ y \geq x^2 \end{cases}$ の表す領域を D とするとき、次の問に答えよ。

- (1) 曲線 $x^2 + y^2 = 2$ と曲線 $y = x^2$ の交点をすべて求めよ。
- (2) この2曲線の概形をかき、 D を図示せよ。
- (3) D の面積を求めよ。
- (4) D を y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を求めよ。