2023　年　度

（医学部医学科）

問題冊子

教　　　科	科　　　目	ページ数
数　　学	**数　　学**	2

試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は，すべて別紙解答用紙の所定欄に，はっきりと記入すること。
2. 答案には，解答の過程を書き，結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には，きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には，解答と志望学部及び受験番号のほかは，いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後，すべて（２枚）の解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず記入すること。
2. 下書き用紙は，片面だけ使用すること。
3. 試験終了時には，解答用紙を必ずページ順に重ね，机上に置くこと。解答用紙は，解答していないものも含め，すべて（２枚）を回収する。
4. 試験終了後，問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

〔1〕 各項が正の実数である数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1,\quad a_2 = 3,\quad a_{n+1}^2 - a_n a_{n+2} = 2^n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たしているとする。このとき，次の問に答えよ。

(1) すべての自然数 n に対して $a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$ が成り立つことを示せ。

(2) $a_{n+2} + \beta a_{n+1} = a_{n+1} + \beta a_n$ がすべての自然数 n に対して成り立つような実数 β の値を求めよ。

(3) a_n を n を用いて表せ。

〔2〕 座標平面において O$(0, 0)$，A$(1, 0)$ とするとき，次の問に答えよ。

(1) m を1より大きい実数とする。$\mathrm{OP} = m\mathrm{AP}$ を満たす点Pの軌跡は円となる。その円 C_1 の中心の座標と半径を m を用いて表せ。

(2) θ を $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲の実数とする。$\angle\mathrm{OQA} = \theta$ を満たす点Qの軌跡は2つの円の一部となる。それらの円のうち，中心の y 座標が正であるものを C_2 とする。C_2 の中心の座標と半径を θ を用いて表せ。

(3) C_1 と C_2 の交点のうち，y 座標が正であるものをRとする。$\triangle\mathrm{OAR}$ の面積を m と θ を用いて表せ。

(4) Rの座標を m と θ を用いて表せ。

〔3〕 x, yは1でない正の実数とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) $\log_x y > 0$ を満たす点$(x,\ y)$の範囲を座標平面に図示せよ。

(2) $\log_x y + 3\log_y x - 4 < 0$ を満たす点$(x,\ y)$の範囲を座標平面に図示せよ。

〔4〕 楕円 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ 上の異なる2点

$$\mathrm{P}(a\cos\theta,\ b\sin\theta),\ \mathrm{Q}(a\cos\theta',\ b\sin\theta') \quad \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2},\ 0 < \theta' < \frac{\pi}{2}\right)$$

を考える。ただし $a > b > 0$ とする。点P，Qにおける楕円の法線をそれぞれℓ, ℓ'とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) ℓの方程式を求めよ。

(2) ℓとℓ'の交点のx座標をa, b, θ, θ'を用いて表せ。

(3) $\theta' = \theta + h\ (h \neq 0)$とする。$h \to 0$のとき，(2) の交点はある点Rに限りなく近づくという。Rの座標をa, b, θを用いて表せ。

(4) $a = 2$, $b = 1$とする。θが$\dfrac{\pi}{6} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{3}$の範囲を動くときに点Rが描く曲線の長さを求めよ。